**ESPACES VECTORIELS**

**Pré recquis** : On rappelle qu’un ensemble E est une collection d’**objets**, tous distincts, appelés les éléments de E.

*Exemples :*   
\*   
\*   
\*

1. Définitions et Exemples fondamentales

Soit un ensemble

**Définition 1** : On dit que est un espace vectoriel sur , ou un si :  
\* Pour tout on a   
\* Pour tout on a   
\* Pour tout il existe telque   
\* Pour tout il existe telque   
\* Pour tout pour tout , on a   
\* Pour tout pour tout on a   
\* Pour tout pour tout on a   
\* Pour tout on a

**Exemples Fondamentales : (A apprendre)**

1. est un espace vectoriel sur

1. est un espace vectoriel sur

1. est un espace vectoriel sur

1. Soit

**Commentaire et language :**\* Soit les seules opérations permise sont **l’addition** (interne) et la **multiplication par un réel**.  
\* Tout élément de est appelé **VECTEUR**.

Définition 2 : Soit , soit on dit que est un sous espace vectoriel de si :

\*   
\* Stabilité par addition : Pour tout on a   
\* Stabilité par multiplication par un réel : Pour tout pour tout , on a

Exemple 1 : Dans , on considère   
Montrons que est un sous espace vectoriel de

* On a 🡺
* Soient   
  on a
* Soit soit on a

Donc est un sous espace vectoriel de .

Exemple 2 : Dans on considère

* On a car 0+0+0=0 🡺 F n’est pas vide
* Soient   
  Le fait que on a (éq.1)  
  Le fait que on a (éq.2)

Si on fait éq.1+éq.2, on obtient

Or

Soit soit   
Le fait que on a   
Or

Par conséquent F est un sous espace vectoriel de

Exemple 3 : Dans on considère

Montrer que G est un sous espace vectoriel de

On a = le polynôme nul= car

Soient A’ , B’ G , on A’+B’=(A+B)’   
Soit P’ soit , on a